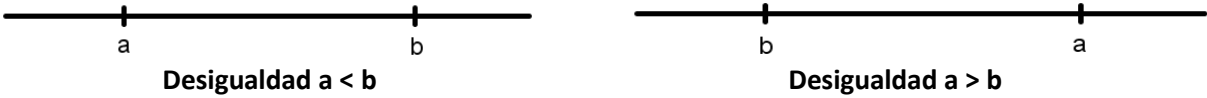


DOCENTE	RICHARD RAMIREZ prichardramirez@ieloperenagarupal.edu.co CIELO ROMERO cielo@ieloperenagarupal.edu.co	FECHA	01 DE FEBRERO AL 12 DE BEBRERO
GRADO	DÉCIMO	GRUPO	01, 02 Y 03
SEMANAS	UNA Y DOS	TALLER	UNO
ASIGNATURAS	TRIGONOMETRÍA	TEMA	DESIGUALDADES LINEALES E INTERVALOS

DESIGUALDADES

$a < b$ y se lee "**a es menor que b**" (desigualdad estricta)
 $a \leq b$ y se lee "**a es menor o igual que b**" (desigualdad amplia)
 $a > b$ y se lee "**a es mayor que b**" (desigualdad estricta)
 $a \geq b$ y se lee "**a es mayor o igual que b**" (desigualdad amplia)

Se llama **desigualdad** a cualquiera de las cuatro expresiones anteriores. Gráficamente, la desigualdad $a < b$ significa que el punto representativo de "a" en la recta real se halla a la izquierda del que representa "b", y la desigualdad $a > b$ significa que el punto representativo de "a" en la recta real se halla a la derecha del que representa "b".



PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

Cuando se utilizan desigualdades o inecuaciones, deben tenerse en cuenta fundamentalmente las siguientes propiedades (aunque se enuncia sólo con el símbolo $<$, se cumplen propiedades análogas con los otros tres símbolos $>$, $\leq$, $\geq$):

- Si a los dos miembros de una desigualdad se les suma o resta un mismo número se obtiene otra desigualdad del mismo sentido.

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

Debido a esta propiedad, se pueden transponer términos como en las ecuaciones, o sea, los elementos que están en un miembro sumando pasan al otro restando.

Ejemplo. Si se cumple que $-2 < 7$ entonces $-2 + 1 < 7 + 1$ ó $-1 < 8$

- Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un número positivo se obtiene otra desigualdad equivalente a la primera.

$$a < b \text{ y } c > 0 \Rightarrow ac < bc \text{ y } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

Ejemplo. Si $4 < 8 \Rightarrow (4)(2) < (8)(2) \Rightarrow 8 < 16$

Ejemplo. Si $6 < 10 \Rightarrow 6/2 < 10/2 \Rightarrow 3 < 5$

- Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un número negativo la desigualdad cambia de sentido.

$$a < b \text{ y } c < 0 \Rightarrow ac > bc \text{ y } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

Ejemplo. Si $4 < 8 \Rightarrow (4)(-1) > (8)(-1) \Rightarrow -4 > -8$

Ejemplo. Si $6 < 10 \Rightarrow (6)/(-2) > (10)/(-2) \Rightarrow -3 > -5$

Ejemplos diversos:

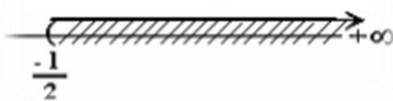
✓ La desigualdad $2x < x + 5$ equivale a $2x - x < 5$, pues basta sumar $-x$ a los dos miembros, así:

$$2x < x + 5$$

$$\begin{aligned}
 2x + (-x) &< x + 5 + (-x) \\
 2x - x &< 5 \\
 x &< 5
 \end{aligned}$$

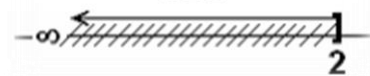
- ✓ De la expresión $3x < 5$ podemos deducir $x < 5/3$, porque para despejar x hemos de dividir por 3 los dos miembros de la primera desigualdad.
- ✓ De la expresión $-3x < 5$ podemos deducir $x > -5/3$, porque para despejar x hemos de dividir por -3 (negativo) los dos miembros de la primera desigualdad.
- ✓ Resolver la desigualdad $2 + x < 9x + 6$ y dibujar su solución en la recta real.

Solución

$$\begin{aligned}
 2 - 2 + x &< 9x + 6 - 2 \\
 x &< 9x + 4 \\
 x - 9x &< 9x - 9x + 4 \\
 -8x &< 4 \\
 \left(\frac{-1}{8}\right)(-8x) &> \left(\frac{-1}{8}\right)(4) \\
 x &> \frac{-4}{8} \text{ o bien} \\
 x &> \frac{-1}{2}
 \end{aligned}$$


- ✓ Resolver la desigualdad $3x + 5 \leq -7x + 25$ y graficar la solución en la recta real.

Solución

$$\begin{aligned}
 3x + 7x + 5 &\leq -7x + 7x + 25 \\
 10x + 5 &\leq 25 \\
 10x + 5 - 5 &\leq 25 - 5 \\
 10x &\leq 20 \\
 \left(\frac{1}{10}\right)(10x) &\leq \left(\frac{1}{10}\right)(20) \\
 x &\leq 2
 \end{aligned}$$


INTERVALOS

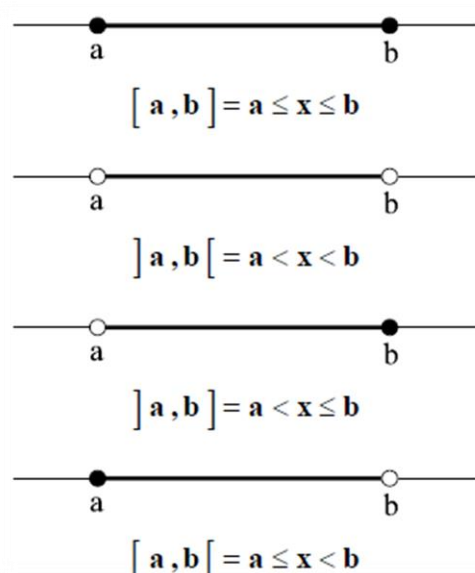
La relación de orden en los números reales permite definir algunos subconjuntos de números reales que tienen una interpretación geométrica sencilla en la recta real y que se utilizan en las inecuaciones y funciones.

Los intervalos son subconjuntos de la recta real que están determinados por dos números que se llaman extremos; en un intervalo se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos.

Tipos de intervalos

Éstos los tipos de intervalos que podemos encontrarnos:

- ✓ Intervalo abierto
- ✓ Intervalo cerrado
- ✓ Intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha
- ✓ Intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha



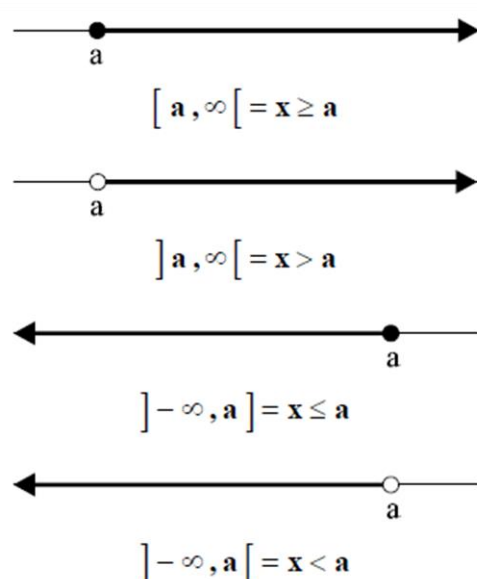
Este intervalo representa todos los números comprendidos entre a y b incluidos a y b. El intervalo se llama *cerrado*.

Este intervalo representa todos los números comprendidos entre a y b excluidos a y b. El intervalo se llama *abierto*.

Este intervalo representa todos los números comprendidos entre a y b excluido a e incluido b. El intervalo se llama *abierto a la izquierda*.

Este intervalo representa todos los números comprendidos entre a y b incluido a y excluido b. El intervalo se llama *abierto a la derecha*.

Existen unas semirrectas que se derivan de los anteriores intervalos, las cuales son:



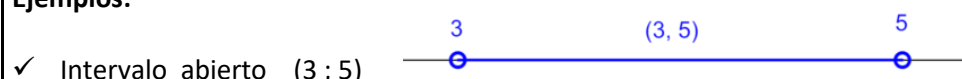
Este intervalo representa todos los números mayores o iguales que a y determina un conjunto de puntos que se llama *semirrecta cerrada*.

Este intervalo representa todos los números mayores que a y determina un conjunto de puntos que se llama *semirrecta abierta*.

Este intervalo representa todos los números menores o iguales que a y determina un conjunto de puntos que se llama *semirrecta cerrada*.

Este intervalo representa todos los números menores que a y determina un conjunto de puntos que se llama *semirrecta abierta*.

Ejemplos:



✓

1. Completa la tabla llenando los espacios con la notación adecuada.		
Intervalo	Desigualdad	Grafica en la recta.
$[-3, 5)$	$-3 \leq x < 5$	
$(-\infty, -5]$	$x \leq -5$	
$[3, 8]$	$3 \leq x \leq 8$	
$(-5, 4)$	$-5 < x < 4$	

TALLER

Resolver las siguientes situaciones problemas

1. Representar en la recta real los siguientes intervalos y determina qué tipo de intervalo es
 - a) $[2 ; 4]$
 - b) $(-3 ; 8)$
 - c) $(5 ; 16]$
 - d) $[-4 ; 7)$
2. Dados los intervalos $(2 ; 7]$ y $(5 ; 8)$ represéntalos gráficamente en la recta real y halla el intervalo común a ellos.
3. Expresa como intervalos los conjuntos de números reales x que verifican las siguientes condiciones, luego represéntalos en la recta real:
 - a) $x \geq 2$
 - b) $-2 < x \leq 8$
 - c) $-3 < x < 0$
 - d) $2 \leq x$
4. Resuelva las siguientes desigualdades y grafique la solución en la recta real.
 - a) $5x - 6 \geq 11$
 - b) $3x - 5 < 10$
 - c) $12 \geq 5x - 3 > 7$
 - d) $0 \leq 4x - 1 \leq 2$
5. Escriba el intervalo al que corresponde cada figura.

